

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề gồm 4 trang)

Thời gian làm bài: 180 phút
(Không kể thời gian phát đề)

STT	Tên file bài làm	Tên file dữ liệu	Tên file kết quả	Giới hạn mỗi test	Điểm
1	CAU1.*	CAU1.INP	CAU1.OUT	1 giây/1 GB	100
2	CAU2.*	CAU2.INP	CAU2.OUT	1 giây/1 GB	100
3	CAU3.*	CAU3.INP	CAU3.OUT	1 giây/1 GB	100
4	CAU4.*	CAU4.INP	CAU4.OUT	1 giây/1 GB	100
4	CAU5.*	CAU5.INP	CAU5.OUT	1 giây/1 GB	100

Chú ý: các tệp dữ liệu vào là tệp văn bản đúng dẫn không cần kiểm tra; làm bài với các tên tệp đúng như quy định trong đề, trong đó dấu * sẽ được thay thế bởi **cpp** hoặc **py** tùy theo ngôn ngữ sử dụng để lập trình là **c++** hay **python**.

Hãy lập chương trình giải các bài toán sau đây:

Câu 1 (100 điểm).

Số chính phương là số bằng bình phương đúng của một số nguyên. Hiểu đơn giản, số chính phương là một số tự nhiên có căn bậc 2 cũng là một số tự nhiên.

Ví dụ: 4 là số chính phương vì $2^2 = 4$.

Yêu cầu: Cho 2 số nguyên dương L, R : đếm xem có bao nhiêu số chính phương trong đoạn từ L đến R ($L, R \leq 10^{18}$)

Dữ liệu: Vào từ file văn bản CAU1.INP gồm một dòng duy nhất ghi 2 số nguyên dương L và R ($1 \leq L \leq R \leq 10^{18}$) cách nhau 1 dấu cách.

Kết quả: Ghi ra file văn bản CAU1.OUT một số nguyên là số lượng các số chính phương trong đoạn $[L, R]$.

Ví dụ:

Sample Input	Sample Output
100 200	5
5 25	3


Giới hạn:

Subtask 1: Có 30% số test tương ứng với 30% số điểm có $1 \leq L, R \leq 10^6$

Subtask 2: Có 70% số test tương ứng với 70% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

Câu 2 (100 điểm).

Tại trường đua ngựa, người ta chia đường đua ra làm n ô, các ô được đánh số từ 1 đến n . Một con ngựa tham gia cuộc đua sẽ xuất phát tại vị trí của ô đánh số thứ tự 1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
									

Mỗi con ngựa khi chạy, nó chỉ có thể nhảy từ ô đang đứng sang một số các ô khác ở bên phải phụ thuộc vào số bước nhảy mà nó được huấn luyện từ trước.

Ví dụ: Con ngựa được huấn luyện để chạy liên tục theo các bước nhảy $\{2, 3, 6\}$ thì khi ở vị trí 1, nó có thể chạy 2 bước sang vị trí 3 hoặc chạy 3 bước để tới vị trí 4, con ngựa cũng có thể chạy 6 bước để sang vị trí 7. Tiếp theo, từ vị trí 3, 4 hoặc 7 nó lại nhảy theo một trong số bước trong tập các bước nhảy $\{2, 3, 6\}$ như ở trên.

Yêu cầu: Cho số n là số ô trên đường đua của con ngựa, hãy tính số cách một con ngựa có thể chạy từ ô có vị trí đánh số 1 tới ô có vị trí đánh số n mà nó không chạy ra ngoài đường đua.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản CAU2.INP:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương n, m ($n \leq 10^5, m \leq 100$) là số ô trong trường đua và số lượng bước nhảy mà con ngựa đã được huấn luyện.
- Dòng thứ hai chứa m số nguyên dương phân biệt a_1, a_2, \dots, a_m ($a_i \leq n$) là những số bước nhảy mà con ngựa đã được huấn luyện trước đó.

Kết quả: Ghi ra file văn bản CAU2.OUT số lượng cách di chuyển tìm được. Vì đáp số có thể rất lớn nên hãy in ra số dư khi chia cho $10^9 + 7$

Ví dụ:

Sample Input	Sample Output
10 2	55
1 2	

Câu 3 (100 điểm).

Cho số nguyên dương n , Bờm viết lên bảng liên nhau các số từ 1 đến n . Ví dụ, với $n = 12$, Bờm sẽ viết lên bảng số 123456789101112.

Yêu cầu: Gọi số Bờm viết lên bảng là x , hãy tính số dư của x khi chia cho 20230401.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản CAU3.INP gồm một dòng ghi số nguyên dương n với ($1 \leq n \leq 10^6$).

Kết quả: Ghi ra file văn bản CAU3.OUT một số nguyên duy nhất là kết quả của bài toán.

Ví dụ:

Sample Input	Sample Output
5	12345
12	18473775

Giới hạn:

Subtask 1: Có 40% số test tương ứng với 40% số điểm có $n \leq 13$.

Subtask 2: Có 60% số test khác tương ứng với 60% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

Câu 4 (100 điểm).

Nhằm nâng cao chất lượng phục vụ, đài truyền hình ATA muốn lắp đặt thêm k màn hình LED cỡ lớn để phục vụ người dân xem các chương trình truyền hình tại các trạm nghỉ khác nhau trên đường quốc lộ từ Bắc vào Nam. Gọi điểm xuất phát là X, điểm kết thúc là Y. Qua khảo sát, có tất cả n trạm nghỉ,

trạm nghỉ thứ i cách điểm X a_i kilômét. Vị trí được chọn để đặt màn hình phải thỏa mãn điều kiện: Khoảng cách giữa hai màn hình liên tiếp trên đường, hay khoảng cách từ điểm X hoặc điểm Y tới màn hình gần nhất không được nhỏ hơn L kilômét và không lớn hơn R kilômét.

Màn hình thứ i được xây dựng tại trạm nghỉ thứ i có một hệ số hiệu quả T_i được tính bằng tổng các khoảng cách từ trạm nghỉ đó đến những trạm nghỉ có lắp đặt các màn hình còn lại. T_i càng lớn thì giá trị phục vụ thông tin của quán đó càng cao. Vấn đề đặt ra là phải chọn các địa điểm đặt màn hình sao cho tổng các T_i (gọi là giá trị phục vụ chung) là lớn nhất.

Yêu cầu: Cho n, k , cho khoảng cách từ điểm X đến các trạm nghỉ, cho khoảng cách từ X đến Y. Bạn hãy xác định giá trị phục vụ chung lớn nhất có thể đạt được.

Dữ liệu đảm bảo luôn có phương án.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản CAU4.INP:

- Dòng đầu tiên chứa 4 số nguyên n và k, L, R ($1 \leq k \leq n \leq 5000, 1 \leq L \leq R \leq 10^9$).
- Dòng thứ 2 chứa số nguyên dương không vượt quá 10^9 là khoảng cách giữa điểm xuất phát và điểm kết thúc hành trình.
- Dòng thứ 3 chứa n số nguyên, số thứ i là khoảng cách từ điểm xuất phát tới trạm nghỉ thứ i , các số được sắp xếp tăng dần, không có hai trạm nghỉ nào ở cùng một địa điểm.

Kết quả: Đưa ra file văn bản CAU4.OUT một số nguyên là giá trị phục vụ chung lớn nhất theo mô tả của đề bài.

Ví dụ:

Sample Input	Sample Output
5 3 20 70 195 30 70 90 135 170	420

Giải thích test ví dụ:

X		1		2		3		4		5		Y
0		30		70		90		135		170		195

Đặt 3 màn hình tại vị trí 1, 3 và 4.

Khi đó, các giá trị $T[i]$ được tính như sau:

$$T[1] = 60 + 105 = 165$$

$$T[2] = 60 + 45 = 105$$

$$T[3] = 105 + 45 = 150$$

$$\text{Giá trị chung: } 165 + 105 + 150 = 420$$

Giới hạn:

Subtask 1: Có 20% số test tương ứng 20% số điểm có $n \leq 15$

Subtask 2: Có 30% số test khác tương ứng 30% số điểm có $n \leq 400$

Subtask 3: Có 20% số test khác tương ứng 20% số điểm có $n \leq 1000$

Subtask 4: Có 30% số test còn lại tương ứng 30% số điểm có $n \leq 5000$

Câu 5 (100 điểm).

Thứ tự từ điển trên dãy số được định nghĩa như sau:

Dãy $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ được gọi là có thứ tự từ điển nhỏ hơn $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ nếu tồn tại một chỉ số i ($1 \leq i \leq n$) sao cho:

$$a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_{i-1} = b_{i-1} \text{ và } a_i < b_i$$

Ví dụ: $A = (1, 4, 15, 3), B = (1, 15, 4, 3)$, ta có $A < B$ vì $a_1 = b_1, a_2 < b_2$.

Cho một dãy số nguyên dương gồm n phần tử $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ và một số nguyên không âm k .

Gọi $S(i, i + 1)$ là thao tác đổi chỗ hai phần tử a_i và a_{i+1} cho nhau.

Ví dụ: $A = (1, 4, 15, 3)$, sau khi thực hiện hai thao tác đổi chỗ $S(1, 2)$ và $S(3, 4)$ thì dãy A trở thành: $A = (4, 1, 3, 15)$.

Yêu cầu: Hãy cho biết dãy số có thứ tự từ điển lớn nhất sau khi thực hiện tối đa k thao tác đổi chỗ trên dãy A .

Dữ liệu: Vào từ file văn bản CAU5.INP:

- Dòng đầu chứa hai số nguyên n, k ($n \leq 10^5, k \leq 10^9$);
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n ($a_i \leq 10^9$).

Kết quả: Ghi ra file văn bản CAU5.OUT gồm một dòng, chứa n số nguyên là dãy số nhận được sau khi đã thực hiện tối đa k phép đổi chỗ như mô tả trên.

Ví dụ:

Sample Input	Sample Output
3 2 1 2 3	3 1 2

Giới hạn:

Subtask 1: Có 40% số test tương ứng với 40% số điểm có $n \leq 1000; k = 1$;

Subtask 2: Có 40% số test khác tương ứng với 40% số điểm có $n \leq 1000; k \leq 10^6$;

Subtask 3: Có 20% số test tương ứng với 20% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

----- **HẾT** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu - Giám thị không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:.....